

Программа быстрого расчёта вынужденных колебаний и статических деформаций одиночных балок и рам

Предлагаемая программа (www.d-nik.de **Rahmen_W** или **Rahmen_L** для **Linux**) позволяет быстро и наглядно (используются привычные при расчёте балок графические представления) подготовить и провести расчёт пространственных деформаций и вынужденных установившихся малых колебаний непризматической, криволинейной (изогнутой в плоскости) балки, в том числе неразрезного кольца, свободной или опертой на разнообразные опоры и плоских рам – конструкций из связанных между собой балок. Рассчитываемые конструкции могут иметь отдельно учитываемые сосредоточенные массы, в том числе амортизированные, обладать внешним и внутренним демпфированием, иметь как силовое, так и кинематическое возбуждение. При расчёте вынужденной вибрации одиночных балок возможен учёт влияния статической нагрузки на колебания.

Начнём с определений и исходных допущений

Балка, стержень и, резе, брус это синонимы употребляемые для обозначения модели упругой конструкции один размер которой много больше (в разы) двух других.

Гвоздь торчащий из стены на несколько своих диаметров – балка. Ножка стула или стола - тоже балка. Zoobrücke в Кёльне – балка, без каких-либо оговорок. Примеры объектов, которые можно моделировать понятием балки, бесконечны. Даже такие конструкции как Эйфелева башня или железнодорожный мост в Кёльне (Hohenzollernbrücke) (Fachwerkbrücke, truss bridge) во многих случаях, например, при расчёте нагрузки на опоры или общей грузоподъёмности, можно, да и нужно, рассматривать как балки, но при расчётах отдельных элементов на прочность это фермы – конструкции состоящие из многих балок (стержней и брусьев).

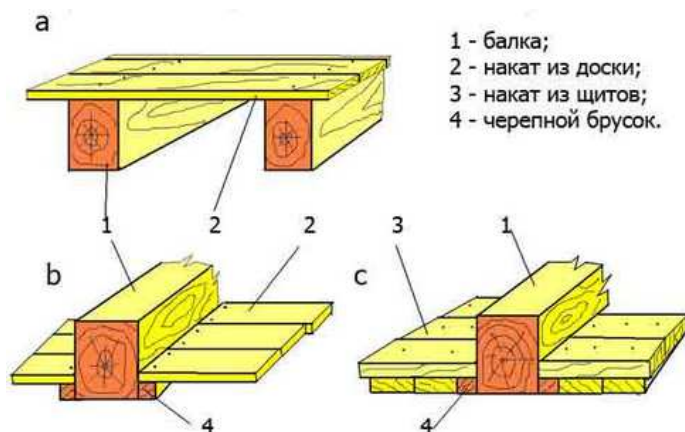


- Балка - термин чаще употребляется в строительных дисциплинах где он используется для обозначения реальной конструкции. Например - потолочная балка и т.п..
- Стержень - чаще употребляется в машиностроении. Это например, – оси, валы и т.п.
- Брус - как правило используется для обозначения деревянных обработанных брёвен при строительстве стен, потолочных перекрытий, крыш и т.п., мостов. По традиции, со времён деревянного, используется в судостроении.
- Рама - конструкция, как правило – плоская, из нескольких связанных, соединённых между собой балок (стержней, брусьев). Например – оконная рама, стул, стол без столешницы, сушилки для белья и т.п.
- Ферма - конструкция, как правило – пространственная, из многих балок. Например, Эйфелева башня, железнодорожный мост в Кёльне, лесницы и т.п.
- Кольцо - не обязательно круговая, например треугольник, замкнутая конструкция.

Такую лестницу, как на фотографии, можно рассматривать и как ферму и как пространственно-криволинейную балку. Всё зависит от цели расчёта, степени необходимой подробности и возможностей расчётчика. В принципе, наша программа и задумывалась для расчёта подобных, но более утилитарных (имеющих прикладное, практическое назначение) конструкций **как балок**. Плоский вариант предлагаемой программы может рассчитать всё от гвоздя в стене до спиральной пружины маятника механических часов и эту лестницу тоже, но „нарисовать“ её - нет.



Перекрытие – настил (пластина, плита) подкреплённая балками для увеличения несущей способности (нагрузки) . Потолок в комнате это – межэтажное перекрытие.



Упругость - способность сопротивляться изменению первоначальной формы и возвращаться к ней после снятия нагрузки. В нашей программе мы рассчитываем только упругие деформации.

Жёсткость - сила необходимая для деформирования на единицу перемещения.

Податливость - величина обратная жёсткости – деформация от единичной силы.

Линейность - когда для связи величин используется зависимость $Y=a*X$. Это уравнение прямой проходящей через начало координат. Если X изменится в два раза то и Y изменится в два раза. При проведении исследований реальную зависимость часто заменяют линейной. Так легче работать особенно если реальная функция мало отличается от линейной, что часто, почти всегда, имеет место для строительных и механических конструкций при малых деформациях. Мы используем три вида линеаризации:

- 1) Материал рассчитываемых нами конструкций считается линейно упругим.
- 2) При записи деформированного состояния наших моделей мы заменяем синус малого угла самим углом ($\sin(f)=f$) и этим обусловлено требование к малости деформаций.
- 3) Замена сложной функции трения (демпфирования) линейной. Для наших задач два первых допущения считаются общепринятыми и учёт нелинейности, если он проводится, оговаривается отдельно. Третье – вынужденное. В механике функции трения, как правило, сложны и зависят от многих параметров (*величина деформаций, их скорость, температура, материал конструкции, его изготовитель и т.д.*). Назначаемые коэффициенты, если исследуется влияние потерь на колебания, требуют экспериментального подтверждения и трудно найти даже два независимых источника с совпадающими рекомендациями.

Для расчёта малых вынужденных установившихся колебаний используется модель балки на сплошном упругом основании отрицательной жёсткости $c(x)=-m(x)*f^2$, где $m(x)$ – распределённая

масса балки, а f – частота возбуждения. Эта модель позволяет свести расчёт установившихся колебаний к расчёту статики.

Учёт линейного демпфирования сводится к комплексной форме записи решения. Все величины имеющие отношение к потерям энергии от трения (массы, жёсткости, перемещения и внутренние силы) являются комплексными числами и все расчёты проводятся в комплексной форме. Учёт демпфирования существенно, в разы, увеличивает объём вычислений и хранимой информации. Однако, он позволяет, пусть и не в полной мере, закрыть проблему учёта как внутренних так и внешних потерь при колебаниях для расчётчиков и не только умозрительно.

Ниже, я попытался объяснить виды рассматриваемых деформаций.

Сдвиг, в практически чистом виде, можно наблюдать при работе ножниц. Деформации сдвига определяются через перерезывающую силу и величину $1/D*S$, где: S – площадь поперечного сечения, D - коэффициент называемый модулем сдвига, а их произведение $D*S$ – жёсткость на сдвиг.

Деформации при кручении пропорциональны крутящему моменту и обратнопропорциональны жёсткости на кручение $D*J_k$, где J_k – полярный момент инерции площади сечения.

При изгибе углы поворота между соседними сечениями пропорциональны изгибающему моменту на участке и обратнопропорциональны жёсткости на изгиб $E*J_b$, где: J_b – момент инерции площади сечения балки относительно оси O_b , а E – коэффициент, который называется модулем продольной упругости или модулем Юнга и обозначается буквой E .

При растяжении-сжатии удлинение балки пропорционально растягивающей силе и обратнопропорционально жёсткости $E*S$. Собственно, модуль E и определяется в опытах по растяжению-сжатию специальных образцов в лабораториях.

Замена $\sin(f)=f$ вполне справедлива для малых углов f :

f (Grad)	f (Rad)	sin(f)
1	0,0174444	0,0174436
3	0,0523333	0,0523094
9	0,157	0,1563558

Определения таких характеристик как моменты инерции площади сечения лучше посмотреть в учебнике. В двух словах и совсем без формул их не объяснить. Надо только помнить, что они являются функцией от геометрии поперечного сечения.

Программа рассчитывает деформации изгиба и сдвига в двух плоскостях, растяжения-сжатия и кручения. Применяемая модель описывается системой дифференциальных уравнений 12-го порядка. Изгиб со сдвигом в плоскости kO_p – 4 ур., Изгиб со сдвигом в плоскости kO_b – 4 ур., Кручение относительно O_k – 2 ур., Растяжение-сжатие по O_k – 2 ур., но сами уравнения мы не записываем и никак не используем. Однако, если у применяемой дискретной модели осуществить предельный переход от конечных длин элементов к бесконечно малым, мы придём к этим уравнениям. Почему не решаем? Ответ – исходная кривизна и наличие у реальных конструкций многочисленных краевых условий, что при решении практических задач делает затруднительным, а то и невозможным решение системы дифференциальных уравнений. Например, изогнутая балка состоящая из нескольких участков с разным профилем сечения на нескольких упругих опорах.

Я надеюсь, что объект с которым мы работаем стал несколько понятнее. Не забывайте, что основное назначение программы это расчёт вынужденных установившихся малых колебаний (решение в линейной постановке), а расчёты статики – расширение этого расчёта до частоты „0“. Если есть вопросы или требуются более подробные объяснения я готов написать больше и попытаться быть доходчивее. Дальше, больше о собственно программе.

Одиночные балки - используемая модель и исходные допущения

Сначала поговорим об одиночной конструкции поскольку именно она является основой для всех дальнейших расширений.

Расчёт балок имеет долгую историю. Уже древние Египтяне и Римляне прежде считали, а потом строили. Скорее всего они занимались интерполированием имеющихся данных, сводя накопленный опыт к каким-либо таблицам или формулам (графикам). Современная теория приобрела более-менее законченный вид лет 300 назад благодаря использованию дифференциальных уравнений упругой деформации стержней и ссылка на эти уравнения считается «обязательной» в работах посвящённых прочности, устойчивости и колебаниям балок. Однако, расчётные методы и программы, в наше компьютерное время, редко прибегают к прямому решению этих уравнений как по причине сложности записи самих уравнений для не тривиальных задач так, в ещё большей степени, и из-за невозможности их решить, не прибегая ко всевозможным упрощениям и допущениям.

В настоящее время наиболее востребована идея конечных элементов позволяющая:

- отказаться от прямого решения общей системы дифференциальных уравнений с неизбежным, за исключением простейших случаев, делением решения (конструкции) на решаемые путём различных упрощений участки и последующим, не менее хлопотным, если вообще возможным, их сопряжением,
- изначально разбить конструкцию на элементы, которые мы можем с заранее известными допущениями описать, решить и связать с другими, что позволяет мне строить модель, выполнять расчёт и анализировать его результаты.

Конечно, всё не так просто и трудностей хватает как и с «заранее известными допущениями» так и с расчётом построенной модели. Например, в своём, ставшем классическим варианте, этот метод требует совместного решения очень большого числа линейных алгебраических уравнений. Часто, коэффициенты при некоторых неизвестных (например - x_1) в этих уравнениях очень близки, как близки и характеристики параллельных сечений малого элемента. В результате решение такой системы становится неустойчивым, а с ростом числа элементов, нередко, и расходящимся.

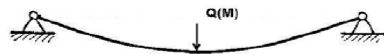
Да, современный компьютер позволяет оперировать с астрономически большим количеством значащих цифр и решением проблемы «малых разностей» занималось не мало одарённых людей и, вообще, стоит только обратиться к «программе» и ответ ... ? Поэтому интерес к программам позволяющим быстро, наглядно и без стороннего участия получить ответ на «не очень сложный» практический вопрос остался.

Мне, как мне кажется, удалось создать достаточно универсальную, простую в использовании и быстродействующую программу расчёта статики и малых вынужденных гармонических установившихся колебаний одиночных криволинейных непрямых балок, в том числе неразрезных колец, свободных или опертых на разнообразные опоры, среди других и те, у которых точка крепления смещена относительно упругой оси балки. Рассчитываемые конструкции могут иметь отдельно учитываемые сосредоточенные массы, в том числе амортизированные, обладать внешним и внутренним демпфированием, иметь как силовое, так и кинематическое возбуждение. В настоящее время программа работает с конструкциями целиком лежащими в плоскости, но нагрузка и соответствующие ей деформации рассчитываются пространственные.

Для анализа вынужденных установившихся колебаний использовано известное понятие о балке на сплошном упругом основании отрицательной жёсткости которое моделирует её инерционные свойства. Рабочая модель используемая для расчёта основана на идее метода конечных элементов, но имеет существенные специфические отличия вызванные иным, чем в классическом варианте, методом расчёта, который известен как Метод Парциальных Откликов. В своё время мне довелось быть свидетелем довольно жарких дискуссий известных и хорошо подготовленных в этой области математики людей о родословной и месте этого метода в ряду других методов решения краевых задач строительной механики. Сам автор, В.С. Чувиковский, позиционировал его как общематематический и те, кто интересуется подобными вопросами могут ознакомиться с методом непосредственно в его работе **“Чувиковский В.С. „Численные методы расчетов в строительной механике корабля“**. Для нас принципиально, что данный метод при расчёте одиночной балки не требует решения систем алгебраических уравнений высокого порядка (как правило - 6) и его устойчивость соответствует устойчивости моделируемого процесса. Второе утверждение основано на том, что в процессе расчёта построенной модели нигде не нарушаются естественные причинно-следственные связи, а именно, что нагрузка вызывает деформацию. В этом случае решение однозначно - любая комбинация нагрузок вызывает только одну деформацию. В противном случае – поиск нагрузки вызвавшей деформацию – решение не однозначно, так как можно найти множество комбинаций разных нагрузок вызывающих одинаковую деформацию.

Влияние числа элементов легко проследить на практике, последовательно увеличивая их число. В нашем случае, начиная с некоторого числа элементов решение становится неизменным. В классическом варианте всегда имеется некоторое число элементов при дальнейшем увеличении которого изменения продолжают, но уже за счёт арифметических погрешностей, например, тех же «малых разностей», упомянутых выше.

При оценке расчётных программ принято проводить сравнение с решениями классических задач. На нижеследующем рисунке приведено такое сравнение для однопролётной балки - пример наиболее часто приводимый в литературе .



$$w = i^2 \pi^2 \text{sqr}(E \cdot J / p \cdot S) / L^2$$

J	4,50E-08	m ⁴
E	2,10E+11	N / m ²
S	0,0006	m ²
L	2	m
p	7800	kg / m ³
pi	3,1416	
Опоры		

Без сдвига **D=1e13 N/m²**

C = ??? **C = 1e10 N/m**

EJ / pS	2019,230769
pi / L	1,57E+00

sqr(EJ / pS)	44,93585171
pi ² / L ²	2,47E+00

i	Формула	Пр. (160 эл.) (шаг = 1)	Возбуждение	%
1	110,88	111	Q	0,11
2	443,50	444	M	0,11
3	997,88	998	Q	0,01
4	1774,00	1775	M	0,06
5	2771,88	2772	Q	0,00
6	3991,51	3992	M	0,01
7	5432,89	5433	Q	0,00

$$W_{\text{max}} = QL^3 / 48 EJ \quad Q = 999 \text{ N}$$

1,76E-02 1,76E-02 0,11

$$P_{\text{кр}} = \pi^2 EJ / L^2$$

23317,05 23317 0,00

Для сравнения взяты результаты расчёта программой статического прогиба, критической сжимающей силы и частот резонансов (с шагом = 1). При расчёте резонансных частот симметричные формы колебаний возбуждались силой, а несимметричные – моментом. Момент прохождения резонансной частоты определялся по смене фазы формы колебаний. Также, по смене фазы формы равновесия, определялась критическая сжимающая сила (резонанс при частоте возбуждения = 0). Данные этого примера находятся в файлах «Examples\Проверки\Две опоры 30x20 СЧ.про и ...\Две опоры 30x20 Уст.про». В этом примере, чтобы исключить влияние сдвига его модуль увеличен в 100 раз, а жёсткости опор назначены минимальные из дающих наилучшее совпадение с не учитывающим эти характеристики „эталоном“. Однако, ещё раз отмечу, что подлинной проверкой является сравнение с экспериментом поскольку найти «классическое» или другое «эталонное» решение для ряда балок приведённых в „Examples“ – затруднительно.

Коснёмся, слегка, точности вычислений. Условимся под термином «Математическая модель» понимать некий оператор, преобразующий исходные данные в результаты моделирования, а сами результаты рассматривать как результаты эксперимента, полученные с помощью этой своеобразной измерительной аппаратуры. При этом все решения отличающиеся друг от друга на величины не превышающие погрешности реальных измерительных приборов будем считать равнодоверными (мы не можем отличить виртуальный эксперимент от реального). С точки зрения потребителя важны достоверность и цена результатов эксперимента, в том числе и виртуального.

Достоверность допускает количественную оценку, она тем больше, чем меньше погрешность. Математические модели, для которых результаты моделирования при одинаковых исходных данных неотличимы по достоверности – эквивалентны и наилучшей из эквивалентных по достоверности

моделей будем считать наиболее экономически эффективную. Желающим полнее познакомиться с затронутым вопросом можно рекомендовать статью „С.И. ГУР-МИЛЬНЕР, М.У. ИСМАГАМБЕТОВ. «Оценки достоверности математических моделей упругих тел и их применение в численных расчетах». Астана 2005“.

Для нас наиболее важно то, что если необходимая достоверность достигнута то нет нужды вводить дополнительные усовершенствования-усложнения или увеличивать число элементов.

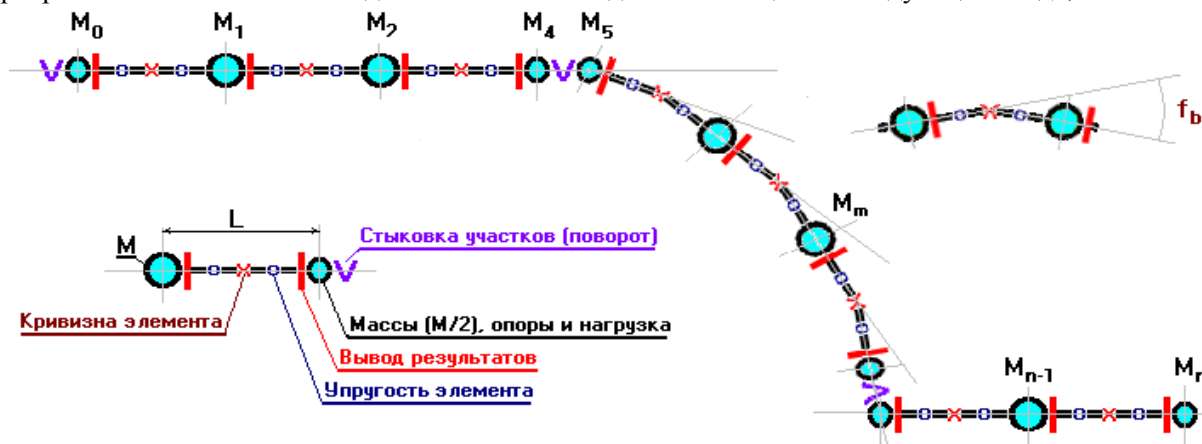
Иначе, если более простая модель имеет ту же достоверность, что и более сложная, предпочтительнее стоит первую уже потому, что со сложностью модели возрастает вероятность столкнуться с проблемой обчёта (Berechnung) внутренних особенностей модели в ущерб моделируемому объекту (сбор дополнительных исходных данных, затраченное время, вывод дополнительной информации, оценка влияния дополнительных факторов и т.п.).

Однако, обратимся к нашей программе.

Сначала немного истории. Моё знакомство с Методом Парциальных Откликов начиналось с программы определения момента потери устойчивости сжатой части буровой колонны. Программа была реализована ещё на машине «Наири» относящейся к далёкому прошлому вычислительной техники и определяла только нагрузку при которой произойдёт потеря устойчивости счёта от добавления к модели очередного элемента (полный расчёт не проводился). Полученный результат столь хорошо совпадал с данными реальной работы буровых колонн, что вызывал удивление. Выше, я уже писал о проблеме соответствия устойчивости счёта устойчивости моделируемого процесса и тот давний, первый опыт подтвердил правоту В.С.Чувиковского о важности не переменного и последовательного следования этому принципу. Моя дальнейшая работа была посвящена созданию отдельного модуля расчёта пространственно-криволинейной упругой конструкции и, в принципе, была завершена к 1990 году. Языком программирования был „Fortran 4“, средой работы – „DOS“ со всеми его недостатками. Наша группа начала использовать его при расчётах и моё внимание переключилось на программы подготовки данных к расчёту. Далее был почти десятилетний перерыв, с моей работой в области использования баз данных, и отсутствием у меня прежней среды программирования. В новой среде „Pascal for Delphi“ полноценное восстановление произошло только к 2005 году. Теперь это более совершенный модуль с исправленными ошибками, важными дополнениями и, что существенно, работающий в среде Windows. Последние несколько лет я занимаюсь программой автоматизации подготовки данных к расчёту и теперь программа эта завершена и требует проверки в режиме непосредственного использования.

Теперь о программе

Каждая рассчитываемая конструкция собирается из участков последовательно добавляемых к уже имеющимся. Участок может быть или прямым или дугой окружности радиуса „R“ и быть пристыкован к предшествующему под произвольным углом. С целью согласования между участками вставлен „служебный“ элемент нулевой длины. Каждый участок, в свою очередь, делится программой на элементы и модель в конечном виде является цепью следующего вида,



В примерах «Examples\Проверки\Две опоры 30x20 СЧ.mro и ...\Две опоры 30x20 2 Teile.mro» рассчитывается одна и та же балка, но собранная из одного и из двух участков (чтобы увидеть разницу используйте F4 и сравните результаты эл. 80, 81 (служебный) и 82).

Материал каждого участка считается изотропным, а его поперечные сечения или постоянными или такими, некоторые размеры которых меняются по его длине по правилу трапеции. В первом случае пользователь задаёт площадь сечения „S“, моменты инерции площади сечения относительно её главных центральных осей инерции „Ju“ и „Jv“ и угол „a“ между осями Ou и Ob. Второе возможно при использовании профиля из предложенного списка. В этом случае все геометрические характеристики вычисляются программой, что и позволяет учитывать переменность размеров сечения без деления конструкции на много участков.

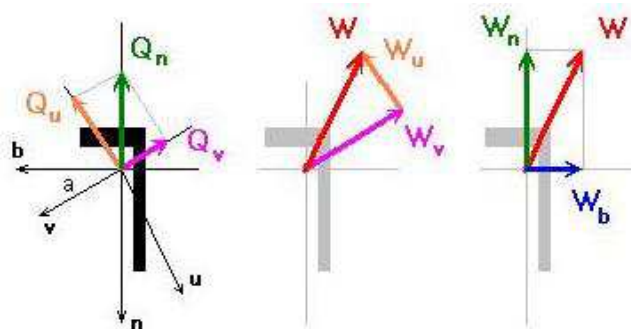
Следует отметить, что учёт угла „a“ противоречит условию плоского изгиба, когда одна из главных центральных осей инерции любого сечения должна находиться в плоскости изгиба и переводит решение из плоскости в пространственную область.

Ещё одно замечание. В настоящее время в машиностроении, особенно в авиации все больше используются конструкции, выполненные из открытых (не замкнутых) тонкостенных профилей или просто из тонколистовой стали. Эти конструкции обеспечивают высокую жесткость и прочность при сравнительно небольшом весе, поэтому их применение является весьма перспективным.

При расчётах тонкостенный стержень сохраняет в себе основные свойства обыкновенного стержня и формулы сопротивления материалов, связанные с растяжением-сжатием, изгибом и кручением балок, остаются справедливыми. Однако, в силу геометрических соотношений он обнаруживает свойства, отличающие его от стержней сплошного сечения. Так, при поперечном изгибе или кручении всегда существует такая точка, относительно которой момент от касательных сил, возникающих в поперечном сечении, равен нулю. Эта точка называется **центром изгиба или кручения**. Для сечений, имеющих две оси симметрии, центр изгиба совпадает с центром тяжести площади сечения. В противном случае положение этой точки требует отдельного расчёта.

В настоящий момент программа не позволяет прямо и удобно учесть все особенности связанные с положением центра изгиба. Косвенно - это использование присоединённых масс со смещением их центра относительно упругой оси балки и коррекция задаваемой нагрузки. При необходимости, такой учёт (с соответствующим усложнением подготовки данных) может быть введён подобно тому, как это сделано для учёта наклона главных центральных осей инерции площади сечения несимметричных профилей. **Для них:**

- 1 - Программа пересчитывает углы поворота элементов (задействованы все три угла Fb, Fn и Fk) так, что бы упругая линия исходной, по сути пространственно-криволинейной, балки оставалась в плоскости Onb и совпадала с чертежом.

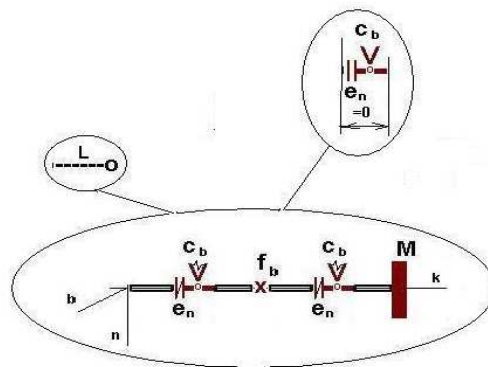


- 2 - Действующая в сечениях нагрузка проецируется на главные центральные оси инерции „Ou“ и „Ov“ профиля.
- 3 - Для каждого сечения „пространственной“ балки вычисляются перемещения „Wu“ и „Wv“ по направлениям этих осей.
- 4 - Найденное полное перемещение „W“ проецируется на оси „On“ и „Ob“.

Единственным отличием от полной пространственно-криволинейной конструкции является то, что оси Ok элементов начальной и преобразованной моделей совпадают и всегда остаются в плоскости Onb – плоскости чертежа. При этом процедура ввода исходных данных полностью сохраняется. Пользователь замечает, что рассчитывал пространственную конструкцию, только по наличию не положенных в случае плоского изгиба дополнительных результатов. Однако, ещё раз отмечу, собрать все возможные особенности в общей, универсальной процедуре расчёта – не лучшее решение. Отдельные процедуры (программы) – эффективнее.

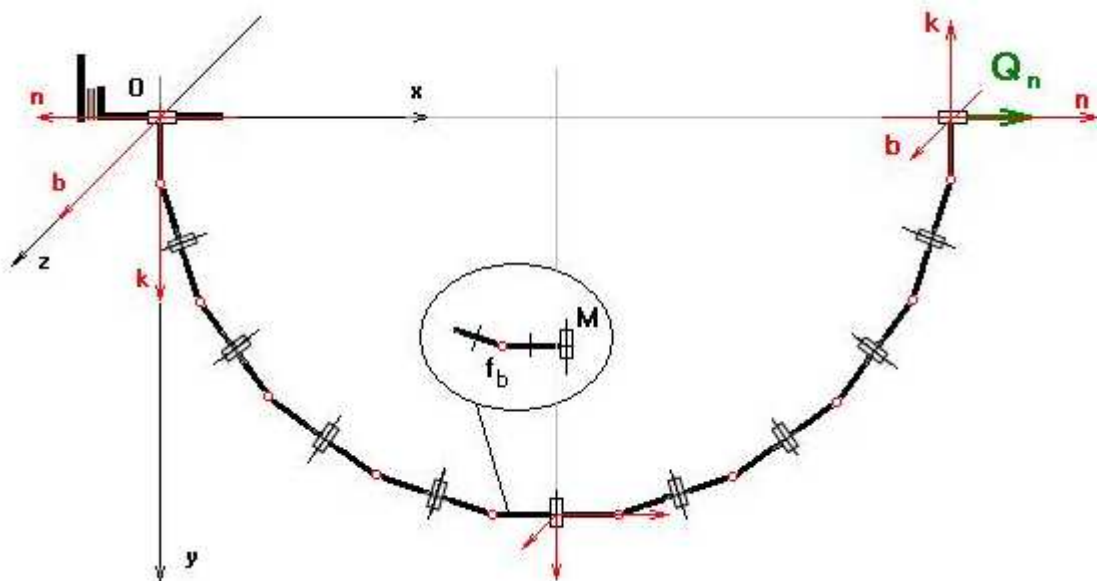
Каждый элемент модели – устройство (механизм) состоящее из:

- 4 равных, недеформируемых срезней с суммарной длиной „L“ и возможным поворотом на угол „f“ (в пространственном варианте – три последовательных поворота) по середине,
- двух шарниров, осуществляющих деформации сдвига и кручения (жёсткости „e“), растяжения-сжатия и изгиба (жёсткости „c“),
- инерционного диска „M“, включающего в себя массу элемента, внешние присоединяемые массы, возможные опоры с учётом их возможного смещения относительно упругой оси конструкции и внешнюю нагрузку.



Следует отметить, что первый и последний элементы каждого участка, $M(0)$ и $M(n)$, состоят только из инерционного диска, а предпоследний; $M(n-1)$, его не имеет. Сделано это с целью всегда иметь необходимые концевые массы и обеспечить наибольшую симметрию точек вывода результатов расчёта модели. С этой же целью стержень соединяющий массы разбит на 4 участка. Первоначально этого деления не было, а углы определяющие кривизну конструкции и шарниры деформаций задавались вместе с данными инерционного диска. Однако, в этом случае, оси „k“ и „n“ элемента не совпадали, как теперь, с касательной и радиусом дуги окружности используемой при построении кривой балки, что требовало перепроектирования исходной нагрузки и результатов расчёта. Кроме того, было невозможно обеспечить идентичность половин или более мелких равных частей исходной конструкции.

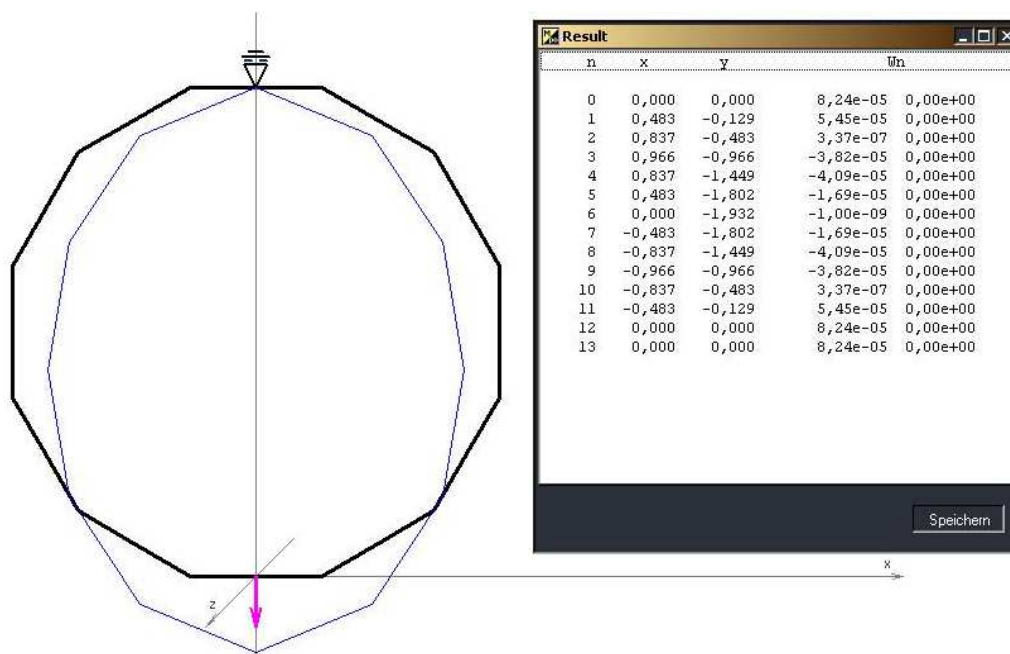
Это - пример оправданного усложнения модели. Её достоверность, особенно для симметричных и изогнутых конструкций повысилась. Повысилась и удобство пользования – нет нужды лишней раз раскладывать внешнюю нагрузку на составляющие и дополнительно обрабатывать результаты. Ниже приведён пример разбивки балки изогнутой как полукольцо на элементы и, при другой конструкции элемента, работать с подобной конструкцией было бы сложнее.



Среди примеров есть те, в которых несимметрия очень заметна особенно при статических расчётах. Стоит посмотреть „Examples\Кольцо\Выбор точки разреза кольца\Ring_101.mpr“. В примере обруч (кольцо) висит на гвозде, и ничто не мешает ему на гвозде качаться. В нижней точке кольцо разрезано и к концам приложено по одинаковой силе. Решение очень симметрично, нажми “F4” и посмотри цифры. При недостаточной симметрии модели или её расчёта все примеры в этом каталоге были бы, мягко говоря, не очень корректны (линия действия силы проходит через точку подвеса и никакого „качания“ быть не должно).

Однако, кроме описанного выше элемента в программе используется ещё один, я назвал его „служебным“. Это элемент не имеющий геометрических размеров и массы, однако он может менять направление, нести нагрузку, иметь опору. Он необходим для согласования осей отдельных участков балок и балок в составе рамы. Например, при расчёте неразрезных колец он согласовывает оси первого и последнего элементов цепи.

На нижеследующем рисунке приведён пример расчёта неразрезного кольца аппроксимированного 12 элементами (13 масс). Однако, в окне, где приведены численные результаты расчёта, элементов – 14. Это потому, что при расчёте между последним и первым элементами добавлен ещё один – служебный. При расчёте замкнутых конструкций и рам он, во избежание ошибок, добавляется автоматически.



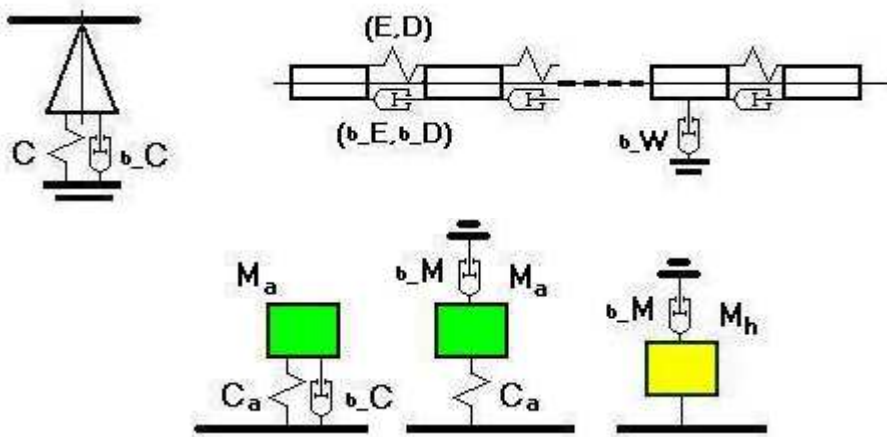
Кроме того, отметим, что при выводе результатов их значения для отдельных точек вывода соединяются прямой, но сами эти точки не совпадают с точками изменения кривизны конструкции, что и заметно на приведённом рисунке.

Как уже отмечалось, при расчёте вынужденных колебаний учитывается как внутреннее так и внешнее линейное демпфирование. Учёт проводится через использование комплексной формы представления параметров установившегося процесса колебаний и все расчёты проводятся в комплексной форме.

Достоинство подобного подхода в его простоте, а главный недостаток – в линейном характере учёта потерь. В природе потери на трение зависят не только от скорости деформирования, но и от других причин, например, от величины деформаций и материала конструкции. Как правило, замена реальной функции её линейным приближением допустима в весьма узких пределах. Поэтому следует осторожно подходить к назначению числовых значений коэффициентов демпфирования. Наилучшим критерием оценки правильности выбора является, как и всегда, сравнение с натурным экспериментом.

При задании коэффициентов демпфирования следует помнить, что суть внутреннего трения – рассеяние энергии в упругих элементах (b_C , b_E , b_D), а внешнего - передача энергии во внешнюю

среду, которая считается неподвижной (b_M , b_W). На нижеследующих рисунках я попытался условно изобразить учёт демпфирования в используемой модели.



При расчётах с учётом демпфирования ещё один вопрос нуждается в разъяснениях. Это вывод результатов на экран.

Известно, что при механических колебаниях физический смысл имеет только действительная часть комплексной величины. Однако, наличие мнимой части говорит, что амплитудное значение выводимого параметра в каждом отдельном сечении достигается не одновременно, а со сдвигом по времени (фазе) относительно возбуждения. Вне зоны резонансов эти сдвиги, как правило, невелики, но внутри этих зон могут достигать больших значений. Собственно, прохождение резонансной частоты мы определяем по мгновенной смене фазы колебаний на противоположную по отношению к возбуждению. Смена фаз наблюдается и при отсутствии потерь, но в этом случае она всегда либо $=0$ либо $=180^\circ$. Поэтому выводимые формы смещений и сил рисуются без искажений. При наличии трения выводимая форма условна, поскольку на экран выводится только амплитуда действительной части комплексного числа $A=a+ib$, а это форма колебаний совпадающих по фазе с возбуждающей нагрузкой. При учёте временного сдвига значения смещений могут оказаться больше выведенных, а их соотношение быть другим. Вывод результатов расчета с учётом распределения фаз колебаний возможен для фиксированной частоты. Он напоминает мультфильм (процесс во времени) с замедленным или покадровым просмотром. Он реализован как опция (необязательное дополнение). При этом, для каждого сечения от формы записи решения $A=a+ib$ выполнен переход к тригонометрической форме записи выводимого результата. В пределах одного периода колебаний вынуждающей нагрузки $0 \leq t \leq T$ действительная часть выводимой величины будет $A(t)=R \cdot \cos(t+f)$ где: $R=\sqrt{a^2+b^2}$ и $f=\text{atan}(b/a)$. Естественно, такой вывод требует много больше времени, но выводимые на экран мгновенные формы более достоверны.

Ещё раз напомню, что при расчёте колебаний с демпфированием в общем случае на экране мы видим распределение значений выводимых величин по длине рассчитываемой балки при нулевой фазе.

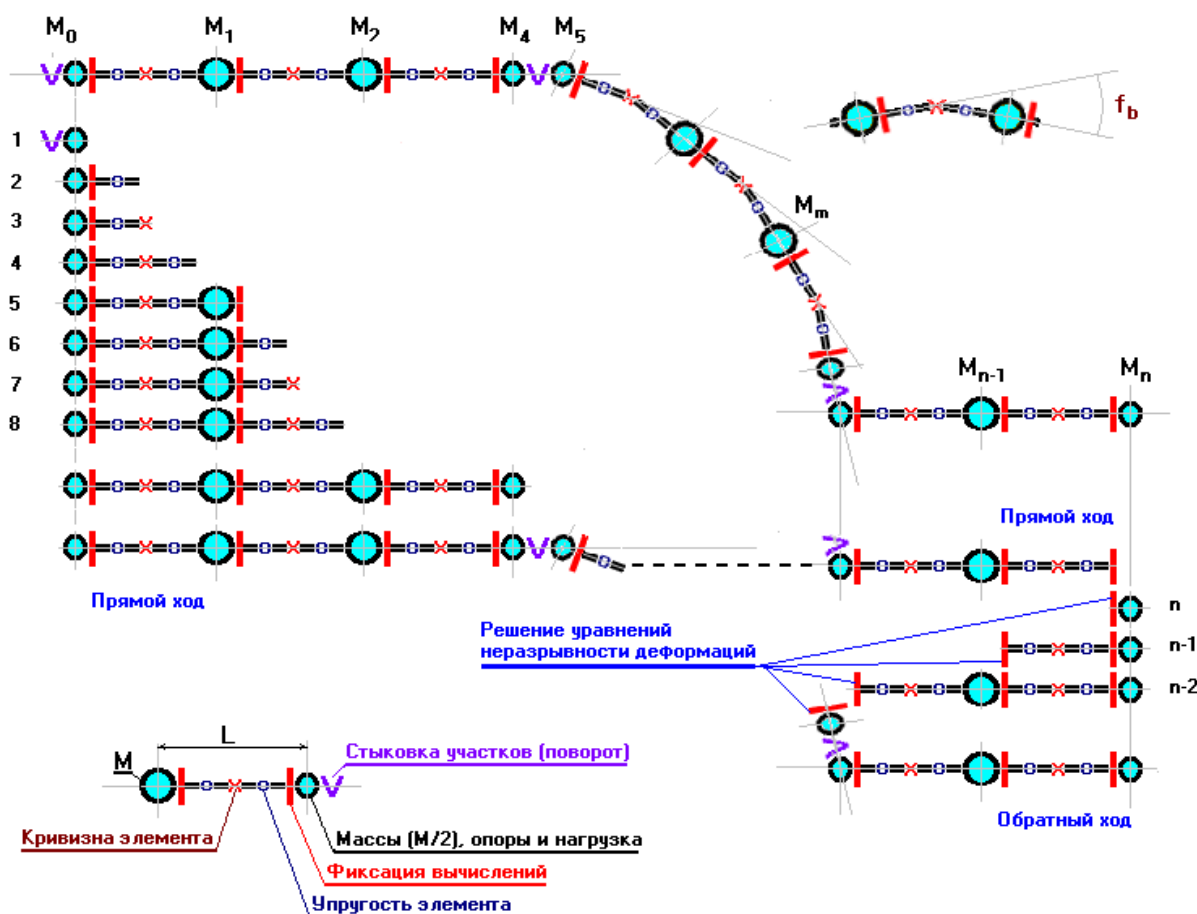
При расчёте предполагается, что все отдельные вынуждающие нагрузки синхронны (имеют общую частоту и действуют в одной фазе). Мы рассчитываем моногармонические колебания. Однако, линейность модели допускает сложение частных решений и пользуясь этим свойством мы можем получать решения и тогда, когда вынуждающие нагрузки асинхронны (имеют разные частоты и фазы). Для этого надо суммировать отдельные решения по времени в пределах наибольшего периода колебаний. Но делать это надо под заказчика в виде дополнения. Подобное решение существенно утяжелит программу и по потребной памяти, и по времени выполнения, и по управлению.

Коснёмся общих принципов расчёта модели. Как уже упоминалось расчёт построен на методе Парциальных откликов, который позиционируется как общематематический метод решения краевых задач для систем дифференциальных уравнений. Естественно, построенная нами модель описывается системой дифференциальных уравнений (12-того порядка), но мы не решаем эти уравнения, что возможно в очень ограниченном числе частных случаев даже при наличии серьёзных допущения и

ограничений. Вместо этого, мы, делая сначала известные допущения, в том числе и о линейности деформаций, строим механическую „приближённую“ модель исследуемого объекта – балки и точно, без каких-либо дополнительных допущений, её решаем. Основным допущением-ограничением является, как и при линеаризации дифференциальных уравнений, замена синуса малого угла на сам угол ($\sin(f) \sim f$). Иными словами, наша модель предназначена для расчёта малых деформаций. Однако, благодаря изначально заложенной пространственной криволинейности она может быть успешно использована для расчёта больших статических деформаций, и в том числе с учётом возможной текучести материала конструкции. Для этого, нагрузка прикладывается порциями к балке изменившей свою геометрию, а внутренние силы суммируются.

Важно и то, что такую модель можно реализовать в реальности, и то, что для неё может быть осуществлён предельный переход от конечных приращений к бесконечно малым и, таким образом, получены упомянутые выше дифференциальные уравнения. Главным достоинством расчётной схемы является следование причинно-следственным связям, а именно – сила вызывает перемещение. В программе используются парциальные отклики – податливости – перемещения от действия единичных сил.

На приведённой ниже схеме я попытался обобщённо изобразить процесс, последовательность вычислений, когда каждый элемент цепи последовательно добавляется к введённым ранее



Представляемая программа первоначально предназначалась для расчёта вынужденных установившихся колебаний и расчёт статики предполагался как расчёт колебаний с минимально возможной частотой. Позднее, в процессе работы с программой, оказалось, что только отсутствие конечных масс (в программе каждая масса – опора отрицательной жёсткости) требует некоторых действий при расчётах статических деформаций. Эти массы необходимы для вычисления начальных податливостей и если допустить, что эти податливости изначально достаточно велики, но не бесконечны (опереть концы балки на опоры очень малой жёсткости), то можно рассчитывать безинерционные конструкции – статику. Более того, эти „произвольно назначенные“ начальные податливости с некоторого, не очень высокого, значения перестают оказывать влияние на результат расчёта. и принятое допущение можно рассматривать как назначение интервала „ноль“-„бесконечность“ при использовании которого для определения данных величин достоверность результатов всего расчёта не меняется, а с точки зрения „не математика“ подобный произвол

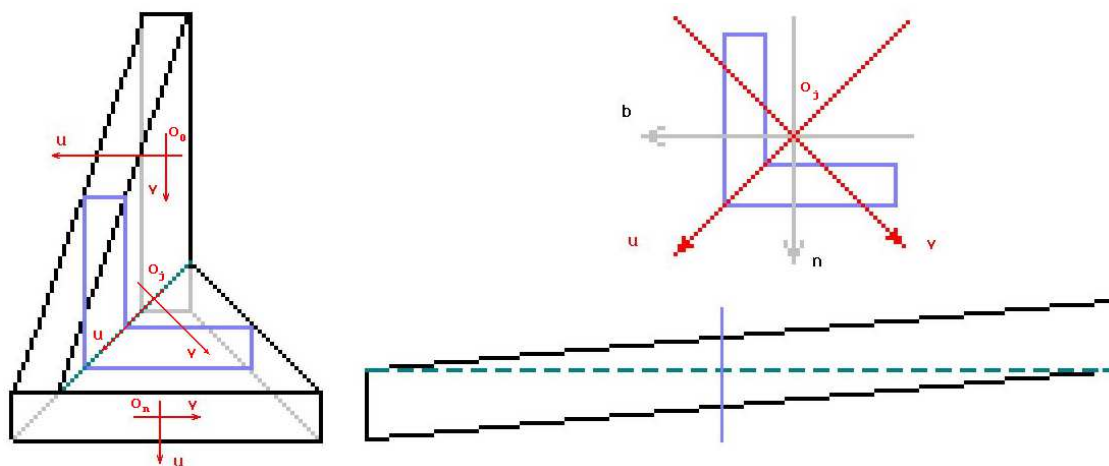
эквивалентен учёту влияния детского воздушного шарика при определении веса грузового автомобиля. Впрочем, далеко не каждому потребителю интересно и надо знать всё о внутреннем содержании программы. Большинство интересуется достоверностью результатов и затраты на их получение.

Теперь о том, на что следует обратить внимание при пользовании.

При наборе геометрически сложных конструкций следует помнить о наложении изображений. Например, мы хотим провести расчёт кольцевой пружины типа кольца для ключей. Дуга закручивания в этом случае будет примерно $4 \cdot \pi \sim 720^\circ$ и изображения колец наложатся одно на другое как и результаты расчёта выведенные на экран. Это недостаток используемой графики, однако, конструкция будет корректно посчитана и результаты могут быть, через нажатие клавиши F4, выведены в файл и использованы.

Контрольные примеры

Я уже неоднократно отмечал, что для многих приведённых в каталоге „Examples“ примеров трудно, если вообще возможно, найти стороннее решение. Например, на рисунке я попытался изобразить непрямую балку, которую можно получить согнув по пунктирной линии заготовку в виде параллелограмма. Суть – показать как учитывается изменение направления главных центральных осей инерции сечений „Ou“ и „Ov“ подобной конструкции в программе. Мы используем диапазон $0^\circ \sim 90^\circ$, который несколько отличается от обычно вычисляемого и используемого $-45^\circ \sim 45^\circ$, но представляется нам более естественным и удобным. При моделировании этой конструкции следовало бы учитывать и то обстоятельство, что линия соединяющая центры тяжести сечений „Oo~Oj~On“ не лежит в плоскости, но мы в праве допустить, что влияние этого фактора мало и считать её плоской кривой как для прямых стержней так и для изогнутых.



Конструкции с более сложным характером изменения профиля сечения следует разбивать на участки, в пределах которых размеры сечения изменяются по правилу трапеции. Список обрабатываемых профилей сечений может быть расширен, но это отдельный разговор, а пока произвольный профиль сечения доступен только для призматических конструкций.

Отмечу, что сам факт расчёта подобных конструкций с использованием модели балки встречается очень нечасто и, как правило, представляет собой отдельную работу.

В программе предусмотрено использование трёх языков

- 1 Немецкий
- 2 Английский
- 3 Русский.

Для выбора языка и других общих установок использована клавиша „F5“.

Для правильного вывода символов выбранного языка необходимо указать его как язык для программ не поддерживающих Unicode в (Systemsteuerung\Regions-und Sprachoptionen\Erweitert).

Программа может быть помещена в любой каталог. Вместе с ней должен быть помещён необходимый для правильной работы подкаталог (...lico).

Программа быстрого расчёта вынужденных колебаний и статических деформаций одиночных балок

Предлагаемая программа позволяет быстро и наглядно подготовить и провести расчёт непризматической, криволинейной (изогнутой в плоскости) балки, в том числе неразрезного кольца, свободной или опертой на разнообразные опоры, среди других и те, у которых точка крепления смещена относительно упругой оси конструкции. Рассчитываемая конструкция может иметь отдельно учитываемые сосредоточенные массы, в том числе амортизированные, обладать внешним и внутренним демпфированием, иметь как силовое, так и кинематическое возбуждение. При расчёте вынужденной вибрации возможен учёт влияния статической нагрузки на колебания.

В главном окне программы визуально изображается исследуемая конструкция и выводятся выбранные результаты расчёта. При этом действуют следующие ограничения:

- Рассчитываемая конструкция целиком находится в плоскости экрана (одна из главных центральных осей инерции любого поперечного сечения находится в ней). Однако, деформации рассчитываются пространственные и ограничение связано только с трудностями изображения пространственной конструкции на плоскости.
- Ориентация опор, нагрузки и выводимой информации производится в связанной, Ox_1y_1 , системе координат элементов, на которые разбивается рассчитываемая конструкция.
- Результаты расчётов выводятся на экран в виде модулей максимальных значений и графиков (эпюр) распределения выбранных величин по недеформированной оси конструкции.
- Информация о деформациях из плоскости экрана (ось Ox_1), а также информация о крутильных и продольных деформациях выводится условно-повёрнутой за исключением перемещения W_b , которое выводится в изометрической проекции.
- Перемещения $W_n' = W_n + W_k$ - полное перемещение сечения в плоскости Ox_1y_1 ; при желании может быть заменено на только W_n . При одновременном выводе W_n' и W_b последнее строится от W_n' и, таким образом, будет полным перемещением сечения W .
- При выводе на экран одностепенных (например: M_k , M_n и M_b) величин используется один общий масштаб (наименьший из выбранных для вывода).
- При расчёте колебаний с учётом демпфирования на экран выводятся значения *реальной составляющей* амплитудных значений комплексных величин без учёта их мнимой части. Однако, при просмотре и сохранении в файл результатов расчёта (клавиша F4 в главном окне), выведется будет **полное комплексное значение** (в форме $a+bi$) выбранных величин.
- При конструировании балки используются только прямолинейные или изогнутые по окружности части в пределах которых характеристики постоянны или могут меняться по правилу трапеции. Более сложные конструкции пользователь должен аппроксимировать сам, используя имеющиеся средства (число участков не ограничено).

При расчёте вынужденных колебаний с учётом демпфирования используется комплексная форма представления параметров установившегося процесса колебаний и все расчёты проводятся в комплексной форме. Используемые коэффициенты внутреннего и, особенно, внешнего вязкого линейного сопротивления не являются наперёд заданными константами. Они зависят от свойств используемого материала, внешних форм балки и демпфирующих свойств среды в которой происходят колебания. Поэтому следует осторожно подходить к назначению числовых значений этих коэффициентов. Наилучшим критерием оценки правильности выбора является, как и всегда, сравнение с натурным экспериментом.

Деление конструкции на участки

Простейший жизненный пример балки это, например, вбитый (не до конца) в стену гвоздь (жёстко заделанный одним концом в массивное основание стержень) или переброшенная через канаву доска.. Как правило, это прямолинейный призматический стержень Однако, гвоздь может быть согнут, а доска иметь, например, неравномерную ширину. Описание геометрии уже этих объектов может оказаться нетривиальной задачей. Поэтому, в предлагаемой программе рассчитываемая конструкция собирается из участков, которые могут быть прямыми или изогнутыми, как в приведённом выше примере, по окружности, составлять друг с другом заданный угол, быть выполненными из разного материала, иметь постоянный или меняющийся по трапеции собственный профиль, различные опоры и нагрузку. Сама конструкция может иметь один или неограниченно много (зависит от сложности задачи и терпения пользователя) участков.

Система координат „Охуз“ - базовая; используется для ориентации связанной системы координат начальной концевой массы всей конструкции и при выводе координат элементов на экран.

Система „Oknb“ – местная. Именно она используется для задания геометрии рассчитываемой балки, ориентации опор и нагрузки, при выводе результатов расчёта.

Построение модели происходит путём последовательного присоединения каждого нового участка, а в пределах участка – элемента, к предыдущему и, пожалуй, всё, на что пользователю следует обратить внимание, это размерность используемых величин.

1 – линейные размеры участков задаются в метрах „m“.

2 – углы **при описании** участков задаются в градусах „grad“

3 – размеры выбираемых профилей задаются в миллиметрах „mm“. Однако характеристики сечений (S, In, Ib) в „m²“ и „m⁴“.

4 – При вычислениях и выводе результатов используются: „m“ – для линейных величин, „rad“ – (радианы) для угловых, „kg“ – (килограммы) для масс, „N“ – (ньютон) для сил. Для производных величин используются комбинации этих размерностей.

Выводимые на экран результаты

Результаты расчёта выводятся на экран в виде эпюр перемещений (W_k, W_n, W_b), углов поворота сечений (V_k, V_n, V_b), изгибающих (M_n, M_b) и крутящего (M_k) моментов, внутренних сил в сечении (N_k, N_n, N_b).

Для родственных величин (W, V, M или N) выводимых на экран используется общий масштаб выбираемый по той из величин, что имеет большее максимальное значение.

Величины, вектор которых совпадает с осью „Ok“ (например V_k), выводятся повернутыми, за исключением перемещения W_k если оно выводится одновременно с W_n в виде $W_n' = W_n + W_k$.

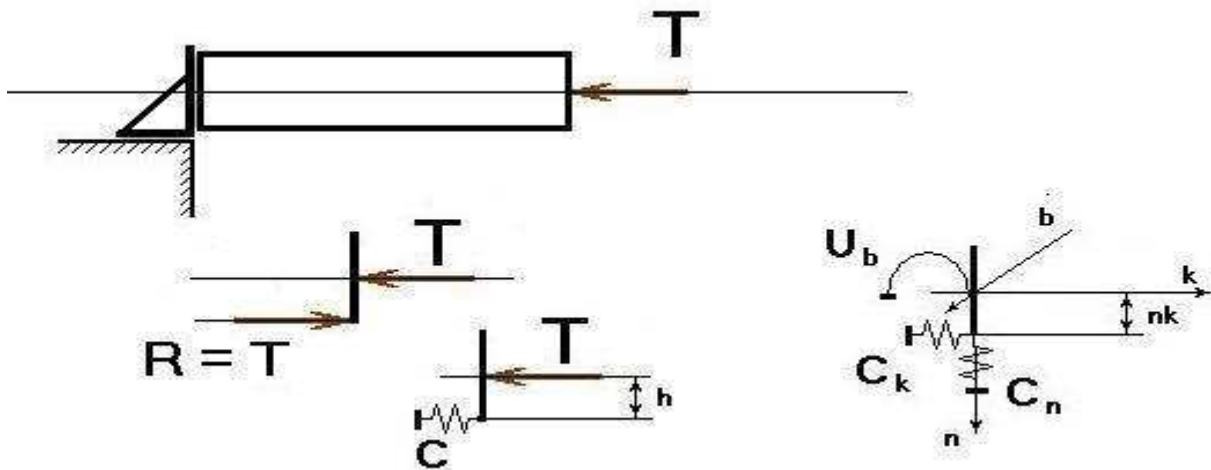
Запоминание конструкции

Каждая из созданных конструкций может быть зафиксирована в файле с расширением *.mpo. При записи в файл сохраняются как данные по введённым участкам, так и все установки (начало координат, масштабы, список вывода, частота возбуждения) .

Опоры смещённые относительно нейтральной оси балки

Рассмотрим балку закреплённую на массивном основании так, как показано на схеме на первом рисунке. Способ крепления не редкость на практике, но нас интересуют не конструктивные особенности крепления, а то обстоятельство, что при действии продольной нагрузки подобное крепление, помимо продольной реакции «R», вызывает и реактивный момент (второй рисунок) приводящий к возникновению поперечной деформации.

В нашей программе подобная опора имитируется пружиной жесткости «C» точка крепления которой смещена на расстояние «h» относительно нейтральной оси балки (третий рисунок) или, в более общем плоском случае и принятых обозначениях, так, как изображено на четвёртом рисунке.



Особую важность данное обстоятельство играет при анализе вибрации конструкции, так как продольная нагрузка инициирует поперечные колебания, а поперечная – продольные. Часто, именно связанность различных видов колебаний, в том числе и вследствие конструктивных особенностей опор, является причиной трудноустраняемых проблем виброизоляции.

В нашей программе для каждой опоры может быть задана не только отдельная жёсткость по каждому из перемещений, но и отдельная точка крепления этой жёсткости на инерционном диске. Иначе, каждая опора может состоять из 6 отдельных, по каждому из возможных перемещений, составляющих.

Заметки – при выводе на экран используются символы:



Для *концевой* опоры, имеющей не нулевые жёсткости по всем координатам.



Для опоры у которой могут быть нулевые жёсткости.



Для опоры не имеющей крутильных жесткостей.



Используется для обозначения распределённых нагрузок.



Используется как привычный символ для обозначения сосредоточенных сил.



Используется для обозначения векторов сосредоточенных моментов на схемах балок.

Использование более привычных изображений встречает трудности графического характера.



Используется для обозначения упругого основания любой природы.

Использование дополнительных, присоединённых



и амортизированных



масс

Присоединённые (**H**) – жёстко закреплены на инерционном диске, но могут иметь отличающиеся значения при движении по направлениям разных осей местной системы координат (M_{hk} , M_{hn} и M_{hb}) и несовпадающие, при этом, центры этих масс (nk , bk , bn и nb). Как, например, при колебаниях в жидкости (при каждом возможном перемещении своя, действующая только на этом перемещении, присоединённая масса). Учитываются также

присоединённые моменты инерции (J_{hk} , J_{hn} и J_{hb}) и демпфирование через коэффициенты внешнего линейного сопротивления „ b_M “ и „ b_J “.

Амортизированные (A) – упруго закреплённые. Величины масс, жёсткости их опор и точек крепления на инерционном диске не совпадают при движении по направлениям разных осей связанной системы координат (фактически, это 3 отдельные массы, каждая для своей координаты). Каждая масса и её опоры могут демпфироваться через коэффициенты внешнего „ b_M “ и внутреннего „ b_C “ линейного сопротивления. Примером использования амортизированной массы может быть учёт отдельного внешнего линейного антивибратора.

Отстояние от начала участка Присоединяемые массы Жесткости опор

Besonderheiten

Zusätzliche Masse

Ma	L / W	Mak	Man	Mab	Cak	Can	Cab
A	1	0	10	0	0	1e5	0
H	0	0	5	0	0	5	0

Delete

Amortisierte Masse

$M_b C_b$
 $M_n C_n$
 $M_k C_k$

nk m

bk m

b_{Mak}

b_{Cak}

bn m

b_{Man}

b_{Can}

nb m

b_{Mab}

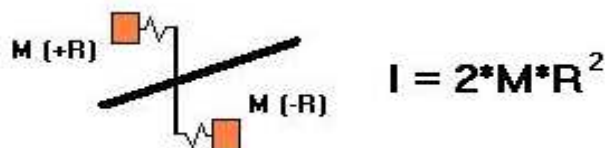
b_{Cab}

M – kg; C – N/m; J – kg*m²;

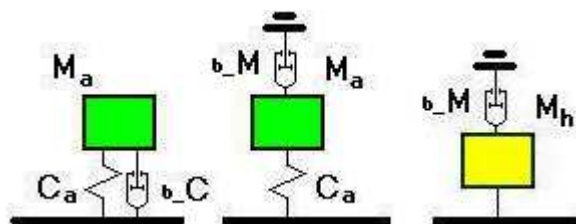
Abbrechen OK

Координаты крепления на инерционном диске и коэффициенты демпфирования.

Для моделирования амортизированного момента инерции при крутильных колебаниях используйте две (или больше) равные точечные амортизированные массы со смещением +/- R относительно оси вращения, то есть так, как это обычно реализуется на практике.



При задании коэффициентов демпфирования следует помнить, что суть внутреннего трения – рассеяние энергии в упругих элементах амортизированной массы (первый рисунок), а внешнего – передача энергии во внешнюю среду, которая считается неподвижной (второй и третий рисунки).





Кинематическое возбуждение колебаний

осуществляется через принудительное задание перемещений основания опор конструкции. Принятое допущение, возможно, нуждается в некоторых пояснениях.

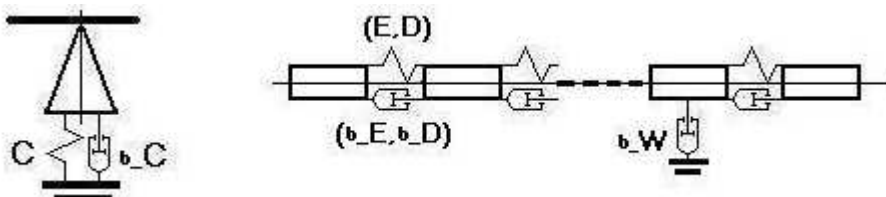
- 1 – В реальности кинематическое возбуждение осуществимо через установление жёсткой, в общем случае упругой, связи возбуждаемого сечения конструкции с источником - генератором колебаний. При, например, остановке генератора (амплитуда возбуждения равна 0) такая связь выполняет роль упругой опоры (пример - ...\\Examples\\Kinematischen Anregung\\Beispiel_05.mpo).
- 2 – При анализе вибрации должна учитываться собственная деформируемость связи между генератором и конструкцией. В том случае, если жёсткость установленной связи стремится к 0, никакие колебания на конструкцию не передаются (пример - ...\\Examples\\Kinematischen Anregung\\Beispiel_03.mpo).
- 3 – При задании частоты возбуждения равной 0, при отсутствии силовой нагрузки и одинаковом, равном по амплитуде и фазе статическом смещении всех опор, внутренние деформации балки отсутствуют и на экран не выводятся (примеры: - ...\\Examples\\Kinematischen Anregung\\Beispiel_01 - 02.mpo).
- 4 – Опорам можно придавать статическое смещение. В этом случае, помимо выбранных, серым цветом, в общем с другими смещениями масштабе прорисовывается упругая линия балки вызванная этой статической кинематической нагрузкой и можно видеть динамические смещения относительно статически деформированной оси. Однако, надо помнить, что и числовая и графическая информация даётся по отношению к начальному, недеформированному положению конструкции (примеры - ...\\Examples\\Kinematischen Anregung\\Beispiel_04-05.mpo).

Демпфирование

При расчёте вибрации предусмотрен учёт как внешних сопротивлений так и внутренних потерь в упругих элементах конструкции. Учёт производится в линейной форме через задание коэффициентов демпфирования как для собственно участков балки так и отдельно – для опор и сосредоточенных масс..

И, если, числовые значения коэффициентов внутренних потерь в материале (например - „потери E, D “, где E и D – указывают на деформации связанные с модулями продольной упругости и сдвига) можно найти в соответствующей литературе, то для достоверного учёта влияния внешних сопротивлений, как правило, необходимо отдельное исследование, а, нередко, и натурный эксперимент.

При задании коэффициентов демпфирования следует также помнить, что суть внутреннего трения – рассеяние энергии на относительных перемещениях упругих элементов конструкции (второй рисунок – b_E, b_D) и её опор (первый рисунок – b_C), а внешнего - передача энергии во внешнюю среду, которая считается неподвижной (второй рисунок - $b_W, (b_V)$) и это относится как к присоединённым так и собственным элементам балки.



Учёт влияния статической нагрузки на вынужденные колебания

При наборе данных вводимого участка вся нагрузка на него вводится без разделения на статическую и динамическую и помечается символом «A» - „Activ“. Разделение осуществляется в режиме редактирования, для чего надо поместить курсор в поле с символом «A» в таблице редактирования нагрузок и с помощью клавиши „ F2 “ выбрать желаемое „A“ – переменная ($A \cdot \sin(w \cdot t)$) или „S“ – статическая.

Если у рассчитываемой балки хоть одна нагрузка имеет признак „S“ в главном окне поле для вывода результатов будет иметь 3 колонки и переключатель для выбора режима графического вывода:

- „A und S“ – расчёт колебаний с учётом статической нагрузки,
- „nur S“ - расчёт на действие только статической нагрузки,
- „nur A“ - расчёт при действии только динамической нагрузки.

В режиме „A und S“ на графике помимо прочих прорисовывается серым цветом упругая линия от действия только статической нагрузки (примеры: - ... \Examples\Schwingung mit Statik\Beispil_XX.mpo). Это позволяет вернее оценить смещения от колебаний, которые происходят относительно статически деформированной, прорисованной серым цветом, оси балки, хотя все величины, и цифровые, и графические, отсчитываются от исходного, недеформированного положения. Эта линия не участвует в выборе масштаба и прорисовывается в том же, что и выбранные смещения. Для подходящего графического вывода используйте поле „Punkten / max“ -

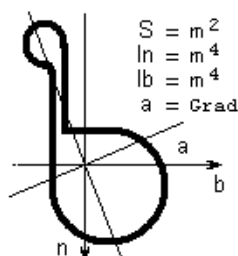
Также, ещё раз, отметим, что этот режим - полностью отдельный расчёт, а не сумма двух других, как это может показаться. Косвенно его можно использовать, например, для определения критической сжимающей нагрузки отдельных прямых балок или участков более сложных (примеры: - ... \Examples\Stability\Beispil_01 - _03.mpo). При увеличении сжимающей нагрузки не только растут смещения, но, в некоторый момент, меняется на противоположную фаза формы равновесия конструкции подобно тому, как это происходит при переходе через частоту резонанса. Момент смены фазы формы равновесия и есть признак потери статической устойчивости (при этом частота возмущения $w=0$).

Статическим может быть также и принудительное смещение одной или нескольких опор (пример - ... \Examples\Schwingung mit Statik\Beispil_01.mpo).

Жесткосные характеристики, выбор профиля

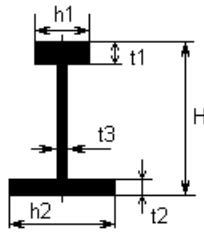
В программе предусмотрено два способа назначения жесткостных характеристик участков на которые разбита рассчитываемая конструкция.

- 1 – Пользователь задаёт величины площади поперечного сечения „S“, её моменты инерции „Jn“ и „Jb“ относительно осей „On“ и „Ob“ и угол между осью „Ob“ и одной из главных центральных осей инерции площади сечения самостоятельно.



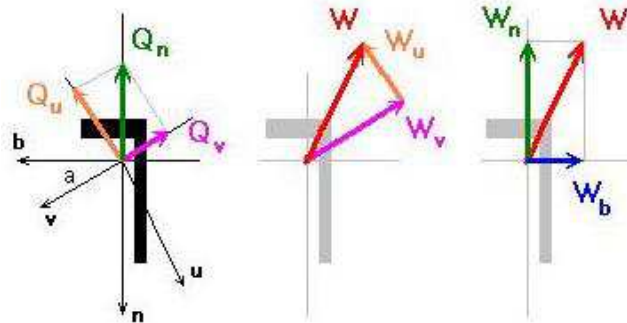
В этом случае указанные характеристики постоянны по длине всего участка.

- 2 – Пользователь выбирает профиль из предлагаемого списка и вводит требуемые размеры.



В этом случае допускается изменение любого из размеров выбранного профиля по длине по правилу трапеции, а размеры задаются для обоих концов участка.

Если главные центральные оси инерции используемого профиля (например неравнобокий уголок) не совпадают с осями „On“ и „Ob“ то, решение (в этом случае балка должна быть призматической и прямолинейной) проводится программой в следующей последовательности



- 1 – Действующая в сечениях нагрузка проецируется на главные центральные оси инерции „Ou“ и „Ov“ профиля.
- 2 – Для каждого сечения вычисляются перемещения „Wu“ и „Wv“ по направлениям этих осей.
- 3 – Найденное полное перемещение „W“ проецируется на оси „On“ и „Ob“.

Примеры: - ...\Examples\Profil\Beispil_01 - _02.mpo

Николаев Д.А.